Test di Matematica

Scienze Agrarie 26/03/2019

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA... | | | | | | |

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Matematica

Scienze Agrarie 26/03/2019

1) Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(\cos\left(\frac{1}{x}\right)-1\right) .$$

2) Calcolare le equazioni degli eventuali asintoti verticali della funzione

$$f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1} .$$

3) È data la funzione

$$f(x)=\frac{x^2}{x+1} .$$

I valori $x_0=0$ e $x_1=-2$ annullano la derivata prima $f'(x)$.
Individuare se sono punti di massimo o di minimo locale.

4) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x)=\frac{\log(4-x^2)}{2x+1} .$$

5) Calcolare

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\left(4x^3+x\cos(x)\right)\,dx .$$

Soluzione

1) Operando il cambio di variabile $y = 1/x$ si ha

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(\cos\left(\frac{1}{x}\right) - 1\right) = \lim_{y\to 0} \frac{\cos(y) - 1}{y} = 0\,.$$

2) La funzione non risulta definita per $x = \pm 1$ ed essendo

$$\lim_{x\to -1^{\pm}} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \mp\infty\,, \qquad \lim_{x\to 1^{\pm}} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \pm\infty\,,$$

le rette di equazione $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali per la funzione data.

3) Si ha $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$ che risulta positiva per $x < -2$ e per $x > 0$ mentre risulta negativa per $-2 < x < 0$. Ne segue che il punto $x_0 = 0$ è punto di minimo locale mentre il punto $x_1 = -2$ è punto di massimo locale.

4) L'insieme di definizione D è dato dai valori reali per i quali $4 - x^2 > 0$ e $2x + 1 \neq 0$. Si ha quindi

$$D = (-2, -1/2) \cup (-1/2, 2)\,.$$

5) Risulta

$$\begin{aligned}
\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(4x^3 + x\cos(x)\right)\, dx &= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} 4x^3\, dx + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x\cos(x)\, dx \\
&= \left[x^4\right]_{-\pi/4}^{\pi/4} + \left[x\sin(x)\right]_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin(x)\, dx \\
&= 0 + 0 + \left[\cos(x)\right]_{-\pi/4}^{\pi/4} \\
&= 0
\end{aligned}$$